



ติวเสริม 206108

กลางภาค

บทที่ 1 การหาอนุพันธ์และการประยุกต์

บทนิยาม

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

สูตรการหาอนุพันธ์

1. $\frac{dc}{dx} = 0$
2. $\frac{d}{dx}(cu) = c \frac{du}{dx}$
3. $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$
4. $\frac{d}{dx}(u \cdot v) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$
5. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$
6. $\frac{d}{dx}(u^n) = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$
7. $\frac{d}{dx}(e^u) = e^u \frac{du}{dx}$
8. $\frac{d}{dx}(a^u) = a^u \ln a \frac{du}{dx}$
9. $\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$
10. $\frac{d}{dx}(\log_a u) = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}$
11. $\frac{d}{dx}(\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$
12. $\frac{d}{dx}(\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$
13. $\frac{d}{dx}(\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$
14. $\frac{d}{dx}(\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$
15. $\frac{d}{dx}(\cos ecu) = -\cos ecu \cot u \frac{du}{dx}$
16. $\frac{d}{dx}(\cot u) = -\cos ec^2 u \frac{du}{dx}$



1. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้ $f(x) = x^2$

1.1

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

1.2

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

1.3

$$\frac{d}{dx}(u^n) = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$$



2. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$1. \frac{dc}{dx} = 0$$

$$1.1 \frac{d5}{dx}$$

$$1.2 \frac{d2}{dx}$$

$$1.3 \frac{d\sqrt{7}}{dx}$$

$$2. \frac{d}{dx}(cu) = c \frac{du}{dx}$$

$$2.1 \frac{d5x^2}{dx}$$

$$2.2 \frac{d}{dt} \frac{3t^2}{2}$$

$$3. \frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

$$3.1 \frac{d}{dx} \sqrt{7} + x^2 - \frac{x}{3}$$



$$4. \frac{d}{dx}(u \cdot v) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$4.1 \frac{d}{dx} x^2(2x+1)$$

$$5. \frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$5.1 \frac{d}{dx} \frac{(x-2)(x^2-1)}{x^5}$$

$$6. \frac{d}{dx} (u^n) = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$$

$$6.1 \frac{d}{dx} (2x^2 + 1)^3$$



$$7. \frac{d}{dx} e^{\tan x}$$

$$8. \frac{d}{dx} (6^x \ln x)$$

$$9. \frac{d}{dt} \cos(t^2 + 1)$$

$$10. \frac{d}{dx} (x^2 + 2^x)$$



การหาอนุพันธ์

- อันดับสูง

- กฎลูกโซ่

- ปริยาย

- ลอการิทึม

- การประมาณค่า

$$f(x_0 + dx) = f(x_0) + f'(x_0)dx$$

- ค่าสูงสุดต่ำสุด



- อันดับสูง

หมดไป

ไม่หมด

11. Given that $f^{(5)}(x) = 3e^{4x} + (2x+1)^{10}$, find

(a) $f^{(6)}(x)$

(b) $f^{(7)}(0)$

(c) $f^{(100)}(x)$



- กฎลูกโซ่

$$\frac{d}{dx}(u^n) = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$$

12. $f(x) = \sqrt{x^3 - 2x + 5}$

- ปริยาย

13. $e^{xy} - 2x = y + 1$



- ฟังก์ชันลอการิทึม

14. Find $\frac{dy}{dx}$ of $y = \frac{(1 - \cos 2x)^3 \ln(x)}{(x^2 + 1)^{1/3}}$ using logarithmic differentiation.

1. $\log_b 1 = 0$

2. $\log_b b = 1$

3. $\log_b b^x = x$

4. $b^{\log_b x} = x$

5. $\log_b MN = \log_b M + \log_b N$

6. $\log_b \frac{M}{N} = \log_b M - \log_b N$

7. $\log_b M^p = p \log_b M$

8. $\log_b M = \log_b N$ ก็ต่อเมื่อ $M = N$



การประมาณค่า

$$f(x_0 + dx) = f(x_0) + f'(x_0)dx$$

15. Estimate value of $\sqrt{1.1}$



ค่าสูงสุดต่ำสุด

1. กำหนด $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ จงเติมคำตอบในช่องว่างต่อไปนี้

1. $f'(x) = \dots\dots\dots$

2. ค่าวิกฤตของ f คือ $\dots\dots\dots$

3. แสดงเครื่องหมายของ $f'(x)$ บนเส้นจำนวนได้ดังนี้ \longleftrightarrow

4. เป็นฟังก์ชันค่าเพิ่มบนช่วง..... f เป็นค่าลดบนช่วง.....

5. ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ f คือ..... ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f คือ.....

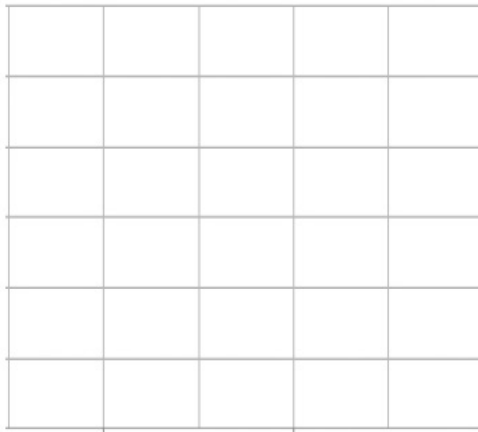
6. $f''(x) = \dots\dots\dots$

7. แสดงเครื่องหมาย $f''(x)$ บนเส้นจำนวนได้ดังนี้ \longleftrightarrow

8. f มีกราฟเป็นโค้งคว่ำบนช่วง..... f มีกราฟเป็นโค้งหงายบนช่วง.....

9. จุดเปลี่ยนเว้าของ f คือ $\dots\dots\dots$

10. เขียนกราฟของ $f(x)$ ได้ดังนี้



บทที่ 2 การหาปริพันธ์และการประยุกต์

1. $\int du = u + C$
2. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$
3. $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
4. $\int f(g(x)) \cdot g'(x)dx = \int f(u)du$ เมื่อ $u = g(x)$ และ $du = g'(x)dx$
5. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$
6. $\int \frac{1}{u} du = \ln |u| + C$
7. $\int e^u du = e^u + C$
8. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$
9. $\int \sin u du = -\cos u + C$
10. $\int \cos u du = \sin u + C$
11. $\int \sec^2 u du = \tan u + C$
12. $\int \cos ec^2 u du = -\cot u + C$
13. $\int \sec u \tan u du = \sec u + C$
14. $\int \cos ecu \cot u du = -\cos ecu + C$
15. $\int \tan u du = \ln |\sec u| + C$
16. $\int \cot u du = \ln |\sin u| + C$
17. $\int \sec u du = \ln |\sec u + \tan u| + C$
18. $\int \cos ecu du = \ln |\cos ecu - \cot u| + C$



ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต

1. Indefinite Integrals \int

1.1 find the Integrals

$$1. \int du = u + C$$

$$1. \int 5 du$$

$$2. \int 3 dx$$

$$2. \int kf(x) dx = k \int f(x) dx$$

$$3. \int \frac{3}{2} x^2 dx$$

$$4. \int 4x^3 dx$$

$$5. \int \frac{x^7}{7} dx$$



$$3. \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$6. \int 4x^3 + 3x - \frac{\sqrt{2}}{3} dx$$

$$4. \int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$$

$$7. \int x^3 dx$$

$$8. \int x^{\frac{3}{2}} dx$$



$$5. \int \frac{1}{u} du = \ln |u| + C$$

$$9. \int \frac{1}{x} dx$$

$$6. \int e^u du = e^u + C$$

$$10. \int e^x dx$$

$$7. \int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$$

$$11. \int 7^x dx$$



1. การเปลี่ยนตัวแปร (Integration by substitution)

1.1 $\int 2x(x^2 + 1)^{23} dx$

1.2 $\int \cos^3 x \sin x dx$

1.3 $\int \frac{\ln x}{x\sqrt{\ln x - 1}} dx$



2. การแบ่งส่วน (Integration by parts)

$$\boxed{\int u dv = uv - \int v du} \quad (\text{LPTE})$$

- วิธีทำ
1. กำหนด u และ dv
 2. ดิฟ u หา du
 3. อินทิเกรต dv หา v
 4. แทนใน $\int u dv = uv - \int v du$

2.1 $\int x e^{-x} dx$

2.4 $\int x^3 e^x dx$



$$2.6 \int e^x \cos x dx$$



อินทิกรัลจำกัดเขต (Definite integral)

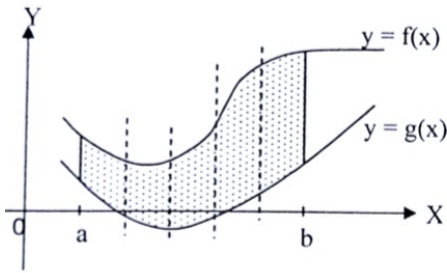
$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Fine each Integration

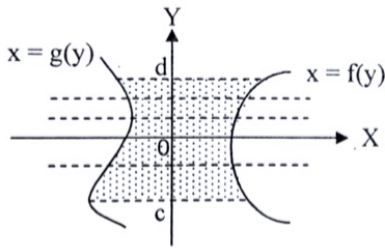
a. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

b. $\int_{-1}^2 x^3 dx$

พื้นที่ระหว่างเส้นโค้ง



$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$



$$A = \int_c^d [f(y) - g(y)] dy$$



1.

